

POLIEDROS REGULARES

DEFINIÇÃO E CLASSIFICAÇÃO DE POLIEDROS

Do grego - poly (muitas) + edro (face). Os poliedros fazem parte do pensamento grego, foram estudados pelos grandes filósofos da antiguidade e tomaram parte nas suas teorias sobre o universo. Diz-se poliedro todo sólido limitado por polígonos planos. Os polígonos, chamados faces do poliedro, são colocados lado a lado, não pertencentes ao mesmo plano, definindo um trecho fechado no espaço. O ângulo entre duas faces é chamado ângulo diedro. Os lados são chamados arestas do poliedro. Os vértices dos polígonos coincidem com os vértices do poliedro. As arestas que saem de um mesmo vértice formam um ângulo sólido do poliedro. Os sólidos geométricos ou poliedros podem ter qualquer configuração desde que fechem um espaço, criando um volume.

Os poliedros são divididos em três grupos:

- I - **Os regulares** (tetraedro, hexaedro, octaedro, dodecaedro, icosaedro)
- II - **Os semi-regulares** (tetratroncoedro, cuboctatroncoedros, dodecaicositroncoedros)
- III - **Os irregulares** (pirâmides e prismas)

Os poliedros também se classificam em:

- I - **Os convexos**
- II - **O côncavos**

Sabe-se que um plano divide o espaço tridimensional em duas regiões. Admita-se o poliedro em uma dessas regiões e verifique-se se o mesmo se mantém todo nessa região, qualquer que seja a face que pertença ao plano. Se isso acontecer, o poliedro chama-se convexo, do contrário, será côncavo.

POLIEDROS REGULARES

São os poliedros cujas faces são polígonos regulares iguais entre si, e cujos ângulos poliédricos são todos iguais.

Os poliedros regulares classificam-se em:

- I - **Convexos**: tetraedro (quatro faces), hexaedro (seis faces), octaedro (oito faces), dodecaedro (doze faces) e icosaedro (vinte faces)
- II - **Estrelados**: dodecaedro e icosaedro

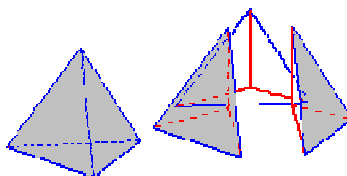
POLIEDROS REGULARES CONVEXOS

Os poliedros regulares convexos são também conhecidos como platônicos. São assim chamados por terem sido estudados e divulgados por Platão. São também

conhecidos como regulares pois todas as faces, ângulos e ângulos entre as faces serem sempre os mesmos. Veremos a seguir o porquê. Todo ângulo sólido tem que ter um mínimo de três faces, com ângulos de face cuja soma seja menor que 360° . Analisando os polígonos regulares vemos que os possíveis geradores de ângulos sólidos são os de ângulo interno menor que 120° , ou seja: o triângulo (60°), o quadrado (90°) e o pentágono (108°). Portanto, os polígonos regulares que formam os (5) poliedros regulares são o triângulo, o quadrado e o pentágono. Os sólidos platônicos são encontrados na natureza: são as estruturas das radidarias (plarctons marinhos).

TETRAEDRO

O tetraedro é sem dúvida o pai de toda a família de poliedro. A partir dele se fazem todos os demais. É o primeiro sólido regular, é um sólido nuclear pois não tem uma diagonal completa.



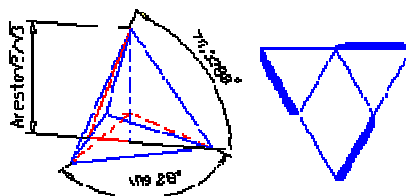
Vértices = 4

Arestas = 6

Faces = 4 triângulos equiláteros Ângulo diedro = $70^\circ 32'$

Ângulo central = $109^\circ 28'$

Altura = $0,8164965 A$



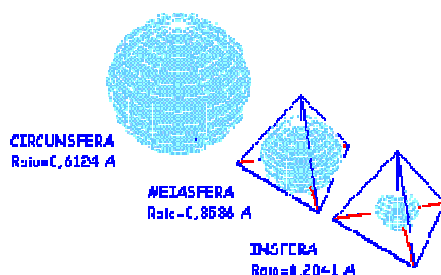
Raio da Insfera = $0,2041 A$

Raio da Meiasfera = $0,3536 A$

Raio da Circunsfera = $0,6124 A$

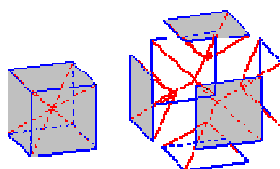
Superfície = $1,7321 A^2$

Volume = $0,1179 A^3$



HEXAEDRO OU CUBO

O hexaedro é composto de 6 quadrados. O cubo é um sólido sociável. Ele pode ser aglomerado perfeitamente, isto é, podemos juntar cubos sem que sobrem espaços vazios. É a modulação básica das nossas construções atuais. Isso não quer dizer que seja a maneira mais econômica de aglomeração.

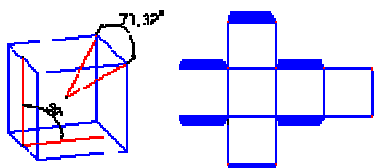


Vértices = 8

Arestas = 12

Faces = 6 quadrados Ângulo diedro = 90°

Ângulo central = $70^\circ 32'$



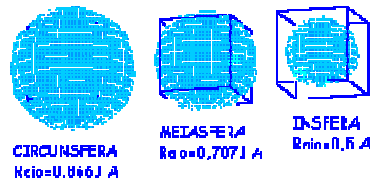
Raio da Insfera = $0,5 A$

Raio da Meiasfera = $0,7071 A$

Raio da Circunsfere = $0,8660 A$

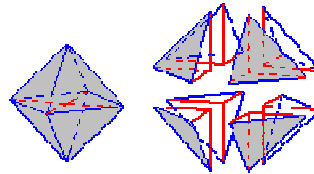
Superfície = $6 A^2$

Volume = A^3



OCTAEDRO

O octaedro é composto de seis triângulos equiláteros. Pode ser visto como um antiprisma de base triangular, ou como duas pirâmides de base quadrada, acopladas pelas bases.



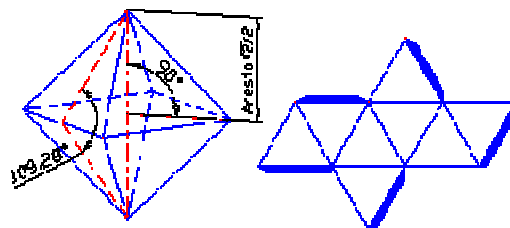
Vértices = 6

Arestas = 12

Faces = 8 triângulos equiláteros

Ângulo diedro = $109^{\circ}28'$

Ângulo central = 90°



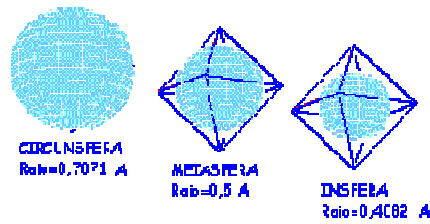
Raio da Insfera = $0,4082 A$

Raio da Meiasfera = $0,5 A$

Raio da Circunfera = $0,7071 A$

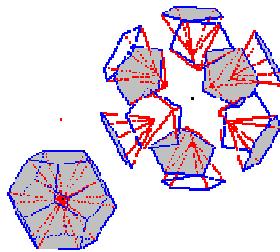
Superfície = $3,4641 A^2$

Volume = $0,4714 A^3$



DODECAEDRO

O dodecaedro é composto de 12 pentágonos.

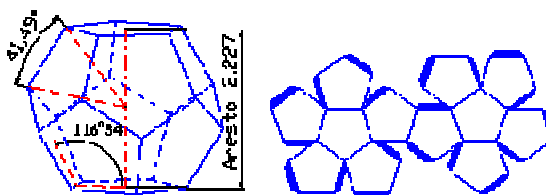


Vértices = 12

Arestas = 20

Faces = 12 pentágonos Ângulo diedro = $116^{\circ}34'$

Ângulo central = $41^{\circ}49'$



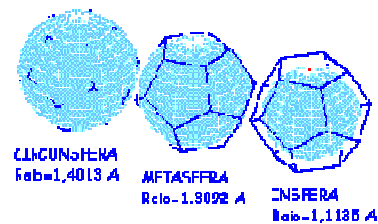
Raio da Insfera = 1,1135 A

Raio da Meiasfera = 1,3092 A

Raio da Circunsfera = 1,4013 A

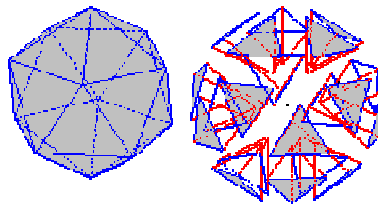
Superfície = $20,6457 A^2$

Volume = $7,6631 A^3$



ICOSAEDRO

O icosaedro é composto de 20 triângulos equiláteros. O icosaedro é usado como base fundamental para geração da ampla maioria das coberturas geodésicas.



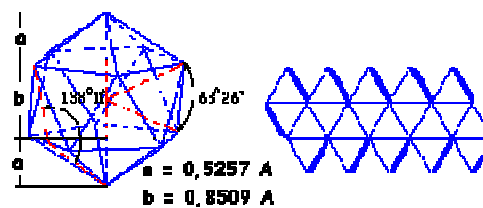
Vértices = 12

Arestas = 30

Faces = 20 triângulos equiláteros

Ângulo diedro = $138^{\circ}11'$

Ângulo central = $63^{\circ}26'$



Raio da Insfera = 0,7558 A

Raio da Meiasfera = 0,8090 A

Raio da Circunsfera = 0,9511 A

Volume = $7,6631 A^3$

Superfície = $20,6457 A^2$

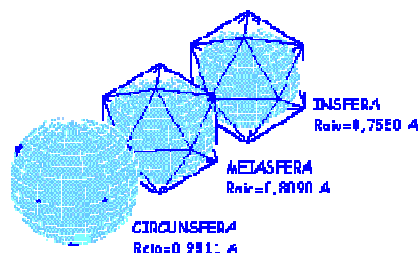


TABELA DE POLIEDROS REGULARES

Poliedros Regulares	Número de faces por vértice	Faces	Vértices	Arestas
Tetraedro	3	4F ₃	4	6
Hexaedro	3	6F ₄	8	12
Octaedro	4	8F ₃	6	12
Dodecaedro	3	12F ₅	20	30
Icosaedro	3	20F ₃	12	30

POR QUE SÃO APENAS 5?

A demonstração matemática da limitação do número de poliedros regulares considera que:

Se

f = número de lados de cada face

F = número de faces

v = número de arestas de cada vértice

V = número de vértices

A = número de arestas

Temos:

$$F \times f = 2A$$

$$V \times v = 2A$$

Como

$$A + 2 = F + V$$

$$\text{Temos } A = F \times f / 2$$

$$V = 2A / v = F \times f / v$$

Substituindo na equação temos: $(F \times f / 2) = (F \times f / v) + F$ ou $F = 4v / (2v + 2f / f \times v)$

"F" tem que ser inteiro e "f" e "v" tem que ser inteiros e iguais ou maiores que três. Quando $f = 3$ (triângulos) temos $F = 4v / (6 - v)$

$$V = 3F = 4 \text{ (tetraedro)}$$

$$V = 4F = 8 \text{ (octaedro)}$$

$$V = 5F = 20 \text{ (icosaedro)}$$

Quando $f = 4$ (quadrados) temos $F = 2v / (4 - v)$

$$V = 3F = 6 \text{ (cubo)}$$

Quando $f = 5$ (pentágonos) temos $F = 4v / (10 - 3v)$

$$V = 3F = 12 \text{ (dodecaedro)}$$

Quando do ponto central dos poliedros projetamos seus vértices e arestas sobre a esfera circunscrita, as linhas projetantes definem ângulos sólidos que têm por vértice o centro do poliedro. Há inter-relação entre os poliedros regulares, uns engedram-se aos outros, seja por seção de planos, seja interligando pontos definidos das arestas ou das faces. De cada um é sempre possível se obter os demais. Nas projeções dos poliedros regulares fica claro que todos têm projeções de simetrias de dois e de três eixos.

O tetraedro só tem esses eixos de simetria em suas projeções. O cubo e o octaedro têm também projeções com quatro eixos de simetria. Os icosaedro e dodecaedro têm projeções com cinco eixos de simetria. Mas só faz sentido para projeções, embora seja uma forma de análise. O que mais caracteriza os poliedros regulares, é a igualdade de todas as suas faces, porém suas principais propriedades morfológicas são as seguintes:

1. Todo poliedro regular é inscritível e circunscritível em uma esfera.
2. Todo poliedro regular pode ser decomposto em um número de pirâmides regulares igual ao seu número de faces.
3. Os ângulos poliédricos que têm como vértice comum o centro das esferas inscritas e circunscritas a um poliedro regular e por arestas os raios da esfera circunscrita que vão aos vértices, dividem as superfícies esféricas em polígonos esféricos regulares e iguais.

POLIEDROS REGULARES ESTRELADOS

São poliedros que seguem a definição de poliedro regular e ao mesmo tempo a definição de poliedro estrelado. Além de ter todos os ângulos sólidos iguais entre si e as faces também iguais entre si, é seccionado por qualquer dos planos de suas faces.

BIBLIOGRAFIA

LOTUFO, Vitor Amaral e LOPES, João Marcos de Almeida (1982). **Geodésicas & CIA.** São Paulo: Projeto editores associados Ltda.

MARTINEZ, Emilio Diaz. **Poliedros Semirregulares - I Parte - Poliedros Equiângulos.** Sevilla: Escuela Técnica Superior de Arquitectura de La Universidad de Sevilla.

SÁ, Ricardo Cunha da Costa e (1982). **Edros.** São José dos Campos.

SCHATTSCHNEIDER, Dóris e WALKER, Wallace (1991). **Caleidociclos de M. C. Escher.** Köln: Benedikt Taschen Verlag GmbH.
