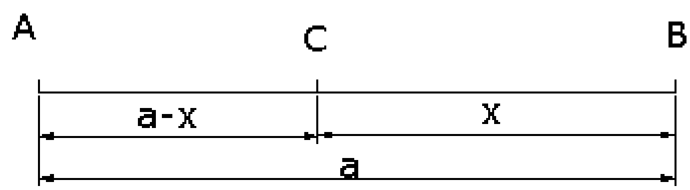
Desenho, Geometria e Arquitetura On-Line
www.mat.uel.br/geometrica

Resumo. Maria Bernadete Barison apresenta definições, traçados, exemplos e aplicações da Proporção Áurea em Desenho Geométrico e Arquitetura. Geométrica vol.1 n.4a. 2005

PROPORÇÃO ÁUREA

Iniciaremos esta aula introduzindo o conceito de Proporção Áurea. Relembrando um dos assuntos estudados na aula anterior "Média Proporcional", daremos uma explicação do que vem a ser Secção Áurea e Segmento Áureo. Falaremos também, sobre algumas figuras geométricas que apresentam a proporção áurea e algumas de suas aplicações na natureza e arquitetura. Na página de exercícios você encontrará construções geométricas de secção áurea e figuras apresentadas aqui.

SECÇÃO ÁUREA : Também chamada de razão áurea, foi estudada pelos gregos antes do tempo de Euclides de Alexandria que descreveu esta seção em sua proposição "dividir um segmento de reta em média e extrema razão". Diz-se que o ponto B divide o segmento AC em média e extrema razão, se a razão entre o menor e o maior dos segmentos é igual à razão entre o maior e o segmento todo, isto é , AB/BC = BC/AC. Usando a notação moderna, podemos escrever esta relação assim:



$$(a-x) / x = x / a$$

A raiz positiva 1,618034..., muitas vezes é indicada pelo símbolo f(fi) e às vezes por t (tau).

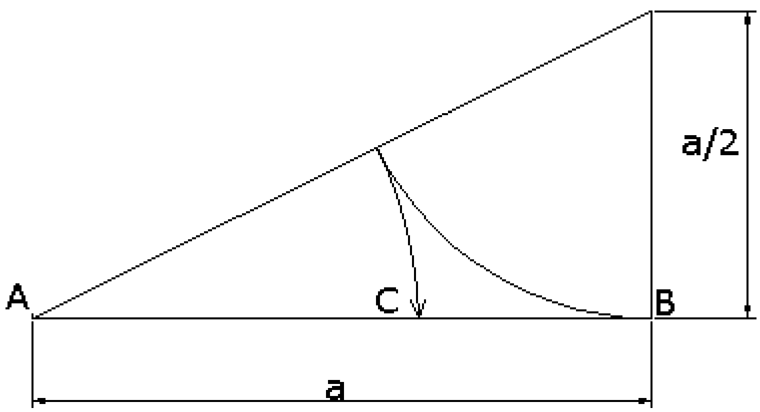
SEGMENTO ÁUREO: Também chamado de segmento de ouro e número de ouro. É o segmento resultante da divisão de um outro segmento AB em média e extrema razão, ou seja, é obtido quando se faz uma seção áurea no segmento AB.

1. Quando se quer obter o segmento áureo (a) de outro segmento dado AB basta multiplicar (AB) por 1/f.

2. Quando se quer obter o segmento AB, onde (a) é o segmento áureo, é só multiplicar AB por f (f = número de ouro).

Desenho, Geometria e Arquitetura On-Line
www.mat.uel.br/geometrica

Resumo. Maria Bernadete Barison apresenta definições, traçados, exemplos e aplicações da Proporção Áurea em Desenho Geométrico e Arquitetura. Geométrica vol.1 n.4a. 2005



AC = Segmento áureo de AB

NÚMERO DE OURO: Também chamado de razão áurea, seção áurea e segmento áureo; é simbolizado pela letra (f), inicial de Fídias, escultor grego que utilizou este número ou (t), tau. É o número obtido quando se divide (a) por (b)

(a+b) / a = a / b = f = 1,618034

f^2 = 2,618

1 / f = 0,618034

Esta proporção diz que a relação entre a soma de duas grandezas, e uma delas (a maior, que no caso é "a"), é igual à relação entre esta (a) e a outra (b). Isto de fato se obtém quando a = 1,618, que é o número de ouro. Portanto 1,618 é a razão entre os termos da proporção.

É o único número positivo que satisfaz a relação f^2 =1 + f.

A igualdade f = 2.cos.(p) implica a presença do número de ouro em muitas proporções.

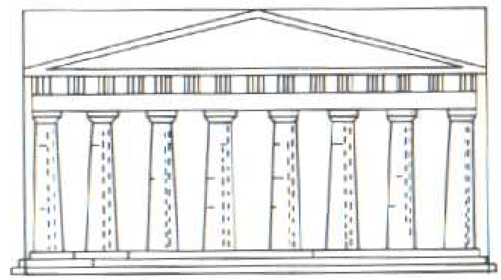
EXEMPLOS: Entre os elementos de polígonos regulares como: pentágonos, decágonos, estrelas pentagonais e decágonos. O número f aparece nas artes (retrato de "Isabelle d'Éste" pintado por Leonardo da Vinci), no pentágono regular estrelado, no corpo humano, animais, nas flores, na formação das árvores, na disposição das folhas em certas plantas, nos frutos, na espiral logarítmica, na construção do decágono regular, na construção do pentágono regular, em vários poliedros regulares, na pirâmide de Queops, nas danças clássicas, nas grandes catedrais da Idade Média, na Arquitetura, no "modulor" de Le Corbusier, na poesia, na série de Fibonacci.

RETÂNGULO ÀUREO: É o retângulo que tem os seus lados a e b na razão áurea a/b = f = 1,618034 portanto, o lado menor (b) é o segmento áureo do lado maior (a).

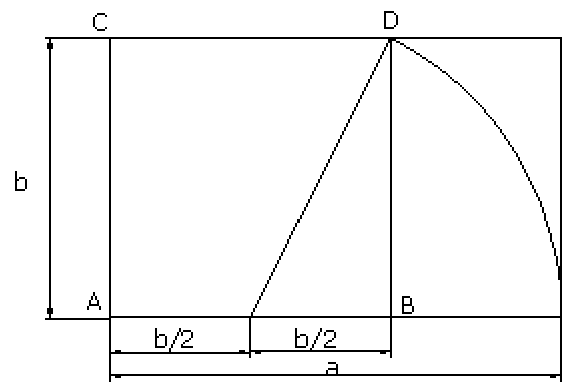
Desenho, Geometria e Arquitetura On-Line
www.mat.uel.br/geometrica

Resumo. Maria Bernadete Barison apresenta definições, traçados, exemplos e aplicações da Proporção Áurea em Desenho Geométrico e Arquitetura. Geométrica vol.1 n.4a. 2005

O retângulo áureo exerceu grande influência na arquitetura grega. As proporções do Partenon prestam testemunho desta influência. Construído em Atenas no século V a.C., o Partenon é considerado uma das estruturas mais famosas do mundo. Quando seu frontão triangular ainda estava intacto, suas dimensões podiam ser encaixadas quase exatamente em um retângulo áureo.

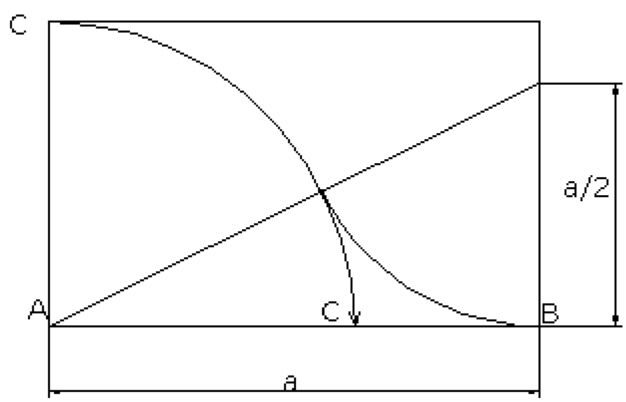


CONSTRUÇÃO DO RETÂNGULO ÁUREO A PARTIR DO SEU LADO MAIOR



AB = lado maior do retângulo
AC = lado menor do retângulo
AC = segm. áureo de AB

CONSTRUÇÃO DO RETÂNGULO ÁUREO A PARTIR DO SEU LADO MENOR



AB = lado maior do retângulo
AC = lado menor do retângulo
AC = segm. áureo de AB

Desenho, Geometria e Arquitetura On-Line
www.mat.uel.br/geometrica
Resumo. Maria Bernadete Barison apresenta definições, traçados, exemplos e aplicações da Proporção Áurea em Desenho Geométrico e Arquitetura. Geométrica vol.1 n.4a. 2005

PENTÁGONO: Do latim - pentagonum, do grego - pénta (cinco) + gon, de gônia (ângulo): péntagonos; é um polígono que possui 5 vértices, 5 lados e 5 ângulos.

DECÁGONO:

Do grego - dekágonos, déka (dez) + gonia (ângulo), do latim - decagonu; é o polígono de dez vértices, dez lados e dez ângulos. Um fato de conhecimento dos antigos geômetras era que a razão do raio do círculo de um decágono regular para um dos lados é a razão áurea.

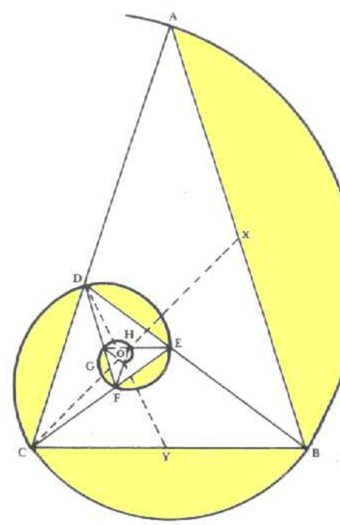
PENTAGRAMA: Do grego - pénta (cinco) + gramma (linha); o símbolo da saúde e a insígnia que identificava os pitagóricos; é um pentágono regular estrelado onde cada um dos cinco segmentos divide outros em média e extrema razão. O ponto de intersecção P de duas diagonais divide cada uma delas na proporção áurea. P divide AQ e AB internamente e QB externamente nessa proporção.

TRIÂNGULO ÁUREO:

É um triângulo isósceles ABC com ângulos da base de 72º e ângulo do ápice de 36º

O triângulo áureo é encontrado no "pentagrama místico".

A partir do triângulo áureo podemos desenhar uma espiral logarítmica.



FIBONACCI: Leonardo de Pisa, também chamado de Leonardo Fibonacci por ser filho de Bonacci (filius Bonacci); nasceu cerca de 1175 d.C.. Seus primeiros anos foram vividos em uma comunidade cristã, mas ele recebeu sua instrução acadêmica entre os maometanos da Barbaria. Ali conheceu o sistema arábico (ou decimal) de numeração, bem como os ensinamentos de álgebra de Alkarismi. Com cerca de vinte e sete anos de idade, retornou à sua terra natal e lá publicou uma obra amplamente conhecida como "Liber Abaci" (o livro do ábaco), na qual demonstrava as grandes vantagens do sistema arábico de numeração sobre o romano. Esta obra de Fibonacci foi considerada obra-modelo durante duzentos anos e o principal veículo de introdução do sistema hindu-arábico de notação nas camadas cultas da Europa Cristã. Em sua obra "Liber Abaci", Fibonacci apresenta um quebra cabeça matemático que deu origem à série de Fibonacci relacionada com a criação de coelhos. Esta série segue a regra segundo a qual cada termo é a soma dos dois termos imediatamente anteriores:

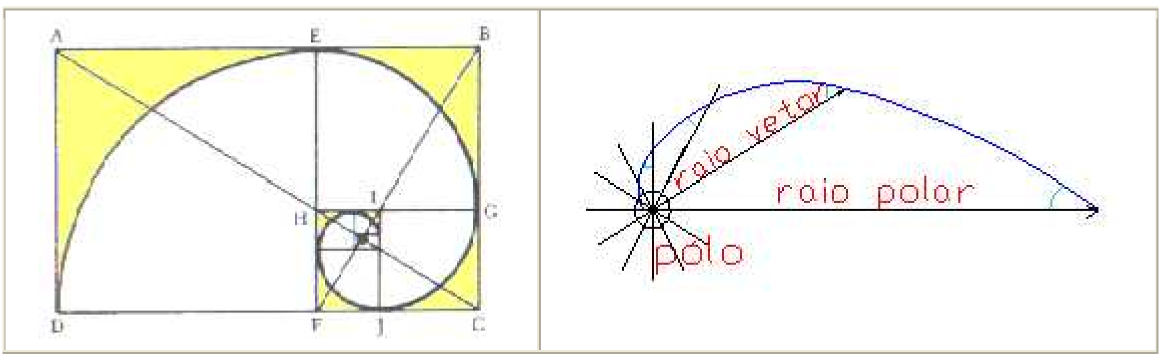
$U_{n+1} = U_n + U_{n-1} (U_0 = 0, U_1 = 1)$

Ex..: 1 : 1 : 2 : 3 : 5 : 8...

ESPIRAL LOGARITMICA: É também chamada de eqüiangular, pois corta todos os raios vetores sob o mesmo ângulo; é uma curva gerada por um ponto que caminha em torno de um pólo. O ponto se desloca no raio vetor em progressão geométrica, enquanto o raio polar gira em torno do pólo em progressão aritmética numa sucessão de ângulos iguais.

Na figura abaixo notam-se as seguintes características interessantes:

1 - O ponto limite O é chamado de *pólo* da espiral que passa pelas secções áureas D, E, G, J...
2 - As diagonais AC e BF são mutuamente perpendiculares.
3 - Os pontos E, O, J são colineares, assim como G, O e D.
4 - Os quatro ângulos retos do ponto O têm EJ e DG por bissetrizes.
5 - AO/OB = OB/OC = OC/OF = ... Há um número infinito de triângulos similares, cada um igual à metade de um retângulo áureo.



LE MODULOR: Desenvolvido pelo arquiteto francês Le Corbusier, é a relação de medidas baseadas na divisibilidade do corpo humano em proporção harmônica.

1 - A partir da altura máxima de ocupação de espaço pelo corpo humano (distância do chão às pontas dos dedos com o braço levantado) e da metade dessa altura (até o plexo solar) criou duas séries de valores em relação áurea. Essas séries foram obtidas a partir da divisão harmônica desses comprimentos, que constituem uma gama de medidas humanas.

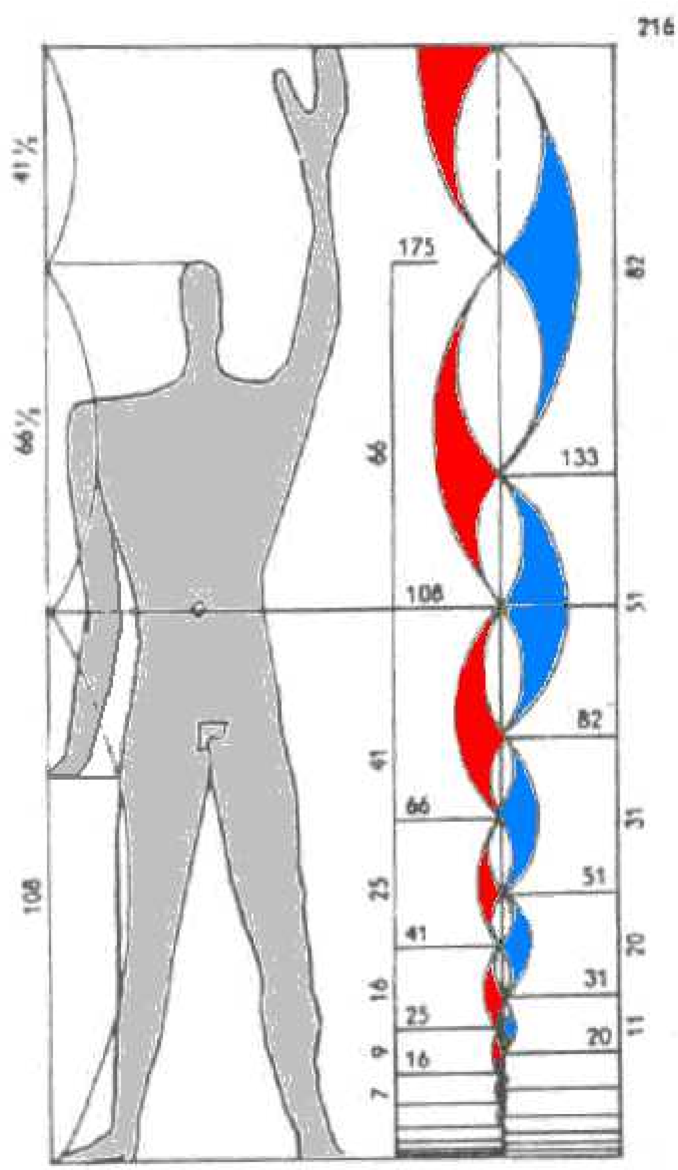
2 - Na série estabelecida a partir da altura do plexo solar, (a que chamou série vermelha) o termo que lhe sucede imediatamente coincide com a altura do homem (175 ou 183). O termo principal da série azul, altura do homem com o braço levantado (216 ou 226), coincide com a adição dos três termos principais da série vermelha. Pela combinação dos termos principais das duas séries obtêm-se os

Resumo. Maria Bernadete Barison apresenta definições, traçados, exemplos e aplicações da Proporção Áurea em Desenho Geométrico e Arquitetura. Geométrica vol.1 n.4a. 2005

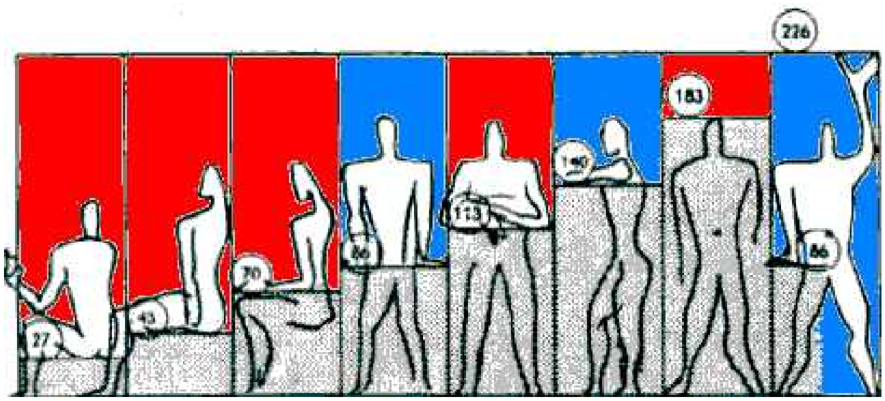
valores de ocupação do corpo humano.

3 - A princípio le Corbusier partiu da estatura média do homem da Europa (175) para determinar os valores numéricos dos vários comprimentos. Os valores inferiores assim encontrados foram para a série vermelha. Os valores exatos obtidos pela divisão harmônica foram depois arredondados tendo-se obtido assim os chamados valores de aplicação.

4 - Pode-se obter valores maiores a partir de 2.26 basta multiplicar porf = 1,618034

 No esquema o homem tem altura igual a 175 cm e com o braço levantado 216 cm.	Série Vermelha (cm) 95.280,7 58.886,7 36.394,0 22.492,7 13.901,3 8.591,4 5.309,8 3.281,6 2.028,2 1.253,5 774,7 478,8 295,9 182,9 113, 69,8 43,2 26,7 18,5 10,3 6,3 3,9 2,4 1,5 0,9 0,6 etc.	**Série Azul (cm)** **117.773,5** **72.788,0** **44.985,5** **27.802,5** **17.182,9** **10.619,6** **6.563,3** **4.056,3** **2.506,9** **1.549,4** **957,6** **591,8** **365,8** **2.26** **1.39** **86.3** **53.4** **33** **20.4** **12.6** **7.8** **4.8** **3** **1.8** **1.1** **etc.**

OCUPAÇÃO DO ESPAÇO PELO HOMEM: Valores numéricos ilimitados.



BIBLIOGRAFIA

HUNTLEY, H. E. **A Divina Proporção - Um Ensaio sobre a Beleza na Matemática**. Brasília : Editora Universidade de Brasília, 1985. 178p.

NEUFERT. **A Arte de Projetar em Arquitetura**.

RIVERA, Félix ; NEVES, Juarenze; GONÇALVES, Dinei (1986). **Traçados em Desenho Geométrico**. Rio Grande: editora da Furg, 389 p.

ARTIGOS RELACIONADOS

OSTWALD, Michael J. "Review of *Modulor* and *Modulor 2* by Le Corbusier (Charles Edouard Jeanneret)". http://www.nexusjournal.com/reviews_v3n1-Ostwald.html

FRINGS, Marcus. "The Golden Section in Architectural Theory". http://www.nexusjournal.com/Frings.html

HUYLEBROUCK, Dirk; LABARQUE, Patrick. "More True Applications of the Golden Number". http://www.nexusjournal.com/Huy-Lab.html

Este artigo traz muitas figuras com esquemas gráficos demonstrando as proporções aplicadas no projeto do Pantheon.

FLETCHER, Rachel, "An American Vision of Harmony: Geometric Proportions in Thomas Jefferson's Rotunda at the University of Virginia". http://www.nexusjournal.com/Fletcher-v5n2.html

Resumo. Maria Bernadete Barison apresenta definições, traçados, exemplos e aplicações da Proporção Áurea em Desenho Geométrico e Arquitetura. Geométrica vol.1 n.4a. 2005

Este artigo traz várias construções geométricas de retângulos utilizando a proporção áurea.
REINOLDS, Mark A., "Geometer's Angle no. 10: The Unknown Modulor: the "2.058" Rectangle". http://www.nexusjournal.com/GA-v5n2.html